

# ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

## ПРИМЕРЕН ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА

2010 г

### ПЪРВА ЧАСТ

За всяка от следващите 20 задачи само един от предложените пет отговора е верен. За всеки верен отговор получавате по 1 точка. В останалите случаи не се дава и не се отнема точка.

- Стойността на израза  $5^{-2} \cdot (0,01)^{-1,5}$  е:  
а) 40;      б) 45;      в) 50;      г) 55;      д) 60.
- Стойността на израза  $\lg(3\sqrt{8}) - \lg\sqrt{2} - \lg 60$  е:  
а) 2;      б) 1;      в) -2;      г) -1;      д) -3.
- Решенията на уравнението  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$  са  
а)  $\frac{\pi}{12} + 2k\pi$ ;    б)  $\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ;    в)  $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ;    г)  $\frac{\pi}{12} + 2k\pi$ ;    д)  $\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ .
- Ако  $x_1$  и  $x_2$  са корените на уравнението  $(4m+5)x^2 - 2(2m+1)x + 1 = 0$ , където  $m \neq -\frac{5}{4}$  е реален параметър, то равенството  $\lg\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) = 1$  е изпълнено за:  
а)  $m = 3$ ;      б)  $m = -1$ ;      в)  $m = 2$ ;      г)  $m = 0$ ;      д)  $m = 1$
- Корените на уравнението  $\sqrt{x^2 - x + 1} + 2x = 3$  са:  
а) 1 и  $\frac{8}{3}$ ;      б)  $\frac{8}{3}$ ;      в) 1;      г) 0;      д) -1 и 2.
- За аритметична прогресия с общ член  $a_n$  е известно, че  $a_2 + a_5 = 6$ ,  
 $a_3 + a_6 = 10$ . Първият член на прогресията е равен на:  
а) -3;      б) -2;      в) 0;      г) 2;      д) 3.
- В мебелен магазин предлагат 3 различни модела офисни бюра и 4 различни модела офисни столове. Броят на различните комплекти бюро и стол, които могат да се образуват, са:  
а) 12;      б) 3;      в) 4;      г) 24;      д) 6.
- Стойността на производната на функцията  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$  при  $x = 1$  е равна на:  
а)  $\sqrt{2}$ ;      б)  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ;      в)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      г)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ;      д) 1.

9. Най-малкото цяло положително число, което е решение на неравенството

$$\frac{|x-2|-1}{x^2+1} \leq 0 \text{ е:}$$

- а) -1;      б) 0;      в) 1;      г) 2;      д) 3.

10. За всеки ъгъл  $\alpha$  равенството  $\sin^k \alpha + \cos^k \alpha = 1$  е изпълнено при  $k$  равно на:

- а) 1;      б) 2;      в) 0;      г)  $\frac{1}{2}$ ;      д) всяко  $x$ .

11. Растящата функция в отворения интервал  $(0,1)$  е:

- а)  $f(x) = (0,25)^x$ ;      б)  $f(x) = \lg x$ ;      в)  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ;  
г)  $f(x) = -x^2 - 4x - 3$ ;      д)  $f(x) = \cos x$ .

12. Най-голямата стойност на функцията  $f(x) = x^2 - x - 2$  в затворения интервал  $[1,3]$  е:

- а) 4;      б) 8;      в) 9;      г) 10;      д) 11.

13. Стойността на израза  $\frac{\operatorname{tg}3^\circ + \operatorname{tg}12^\circ}{1 - \operatorname{tg}3^\circ \operatorname{tg}12^\circ}$  е:

- а)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ;      б)  $2 + \sqrt{3}$ ;      в)  $2 - \sqrt{3}$ ;      г)  $\sqrt{3}$ ;      д)  $\sqrt{3} - 1$ .

14. Стойността на израза  $3 \sin^2 3\alpha + 2 \cos(90^\circ - \alpha) + 3 \cos^2 3\alpha$  при  $\alpha = 30^\circ$  е:

- а) 1;      б) 2;      в) 3;      г) 4;      д) 5.

15. Медианата на извадката 15, 11, 16, 9, 7, 5, 1, 6, 9, 3 е:

- а) 7;      б) 8;      в) 9;      г) 10;      д) 10,5.

16. В правоъгълен триъгълник разликата между острите ъгли е  $30^\circ$ . Ако височината към хипотенузата е  $\sqrt{3} \text{ cm}$ , то медианата към хипотенузата е:

- а)  $2 \text{ cm}$ ;      б)  $\frac{1}{2} \text{ cm}$ ;      в)  $1 \text{ cm}$ ;      г)  $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$ ;      д)  $3 \text{ cm}$ .

17. Дължините на страните на триъгълник са  $14 \text{ cm}$ ,  $21 \text{ cm}$  и  $30 \text{ cm}$ .

Ъглополовящата на най-големия ъгъл в този триъгълник има дължина:

- а) 8;      б)  $\sqrt{67}$ ;      в)  $\sqrt{78}$ ;      г)  $3\sqrt{19}$ ;      д) 57.

18. Лицето на равнобедрен триъгълник с височина към основата  $20 \text{ cm}$  и височина към бедрото  $24 \text{ cm}$  е равно на:

- а)  $320 \text{ cm}^2$ ;      б)  $300 \text{ cm}^2$ ;      в)  $250 \text{ cm}^2$ ;      г)  $240 \text{ cm}^2$ ;      д)  $200 \text{ cm}^2$ .

19. Лицето на триъгълника, чиито върхове са пресечните точки на графиката на функцията  $y = x^2 - 9$  с координатните оси, е равно на:

- а) 9;      б) 16;      в) 27;      г) 20;      д) 25.

20. В правилна триъгълна призма  $ABCA_1B_1C_1$  с основи  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ , основният ръб е с дължина  $1\text{ cm}$ , а височината ѝ е  $\frac{1}{2}\text{ cm}$ . Разстоянието от върха  $A_1$  до страната  $BC$  е:

- а)  $\frac{5}{2}\text{ cm}$ ;    б)  $\frac{1}{2}\text{ cm}$ ;    в)  $1\text{ cm}$ ;    г)  $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{ cm}$ ;    д)  $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{ cm}$ .

### ВТОРА ЧАСТ

Следващите 10 задачи са без избираем отговор. За всеки получен и обоснован верен отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор точки не се дават и не се отнемат.

21. Да се реши уравнението  $\frac{1}{\sqrt{1+x}-\sqrt{x}} + \sqrt{1+x} + \sqrt{x} = 4$ .

22. Да се реши уравнението  $2^{x+1} - 3 \cdot 2^{x-1} = 2\sqrt{2}$ .

23. Изчислете  $\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$ , ако  $\cos\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right) = \frac{1}{9}$ ,  $\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\beta\right) = \frac{2}{3}$ ,  $0 < \alpha - \frac{\beta}{2} < \frac{\pi}{2}$  и  $0 < \frac{\alpha}{2} - \beta < \frac{\pi}{2}$ .

24. В правоъгълен  $\triangle ABC$  с хипотенуза  $AB$  синусът на  $\sphericalangle ABC$  е равен на  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Да се намери косинусът на  $\frac{1}{2}(\sphericalangle BAC)$ .

25. В трапец ъглите при голямата основа са  $120^\circ$  и  $30^\circ$ , а разликата на дължините на двете основи е  $2\text{ cm}$ . Намерете дължината на отсечката, свързваща средите на основите.

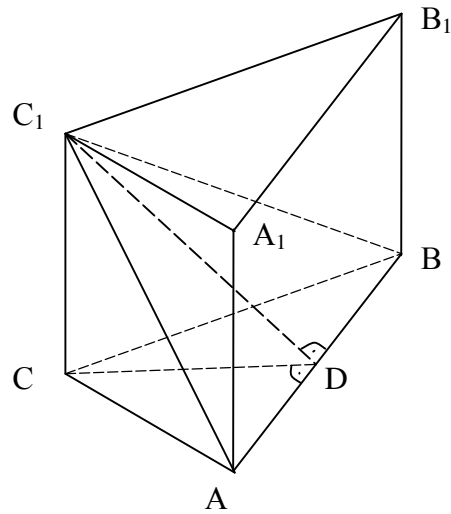
26. От кутия със 7 черни и 8 бели топки се изваждат по случаен начин 2 топки. Намерете вероятността и двете топки да са с еднакъв цвят.

27. Да се намери най-малкото цяло число за реалния параметър  $a$ , за което функцията  $f(x) = -\frac{1}{5}x^5 - x^4 - ax^3 + 100$  е строго намаляваща за всяко  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$ .

28. В триъгълна пирамида всички ръбове имат дължина 1. Намерете радиуса на вписаната в пирамидата сфера.

29. Дадена е правилна триъгълна призма  $ABCA_1B_1C_1$ . През основния ръб  $AB$  и върха  $C_1$  е построена равнина, която сключва с основата  $ABC$  ъгъл, чийто

косинус е равен на  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ . Лицето на сечението на призмата с тази равнина е равно на  $S$ . Да се намери обемът призмата.



30. Да се намери градусната мярка на острия  $\angle ABC$  в правоъгълен  $\triangle ABC$ , за която отношението на радиуса на вписаната окръжност към радиуса на описаната окръжност е най-голямо.

#### ОТГОВОРИ

1 а	2 г	3 в	4 в	5 в	6 б	7 а	8 в	9 в	10 б
11 б	12 а	13 в	14 г	15 б	16 а	17 в	18 б	19 в	20 в

21.  $x = \frac{9}{16}$

22.  $x = \frac{5}{2}$

23.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

24.  $\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

25.  $\sqrt{7} \text{ cm}$

**26.**  $\frac{7}{15}$

**27.**  $a = 2$

**28.**  $\frac{\sqrt{6}}{12}$

**29.**  $\frac{\sqrt{6}}{3} S \sqrt{S}$

**30.**  $45^\circ$