

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка от следващите 20 задачи има само един верен отговор. Преценете кой от предложените пет отговора на съответната задача е верен. Върху талона за отговори от теста (последната страница) заградете с овал и нанесете кръстче върху тази буква, която считате, че съответства на правилния отговор. Например: \otimes

За всеки верен отговор получавате по 1 точка. За грешен или непълнен отговор, както и за посочени повече от един отговори на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

1. Стойността на израза $\sqrt[3]{(6 - \sqrt{28})(6 + \sqrt{28})} + (6.25)^{0.5} \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^{0.25}$ е равна на:

- а) $\frac{9}{4}$, б) $\frac{13}{4}$, в) $\frac{17}{8}$, г) $\frac{9}{2}$, д) $\frac{13}{2}$.

2. Ако $a = (32)^{\frac{1}{5}}$, $b = 3^{-1}(27)^{\frac{1}{2}}$, то:

- а) $a = b$, б) $a = 2b$, в) $b < a < 2b$, г) $a < b$, д) $a > 2b$.

3. Ако $a = \log_7 2$, то стойността на $\log_{14} 28$ е равна на:

- а) $\frac{a}{a+1}$, б) $\frac{a+2}{a+1}$, в) $\frac{2a+1}{a+1}$, г) $\frac{a+1}{2a+1}$, д) $\frac{a+1}{2a-1}$.

4. Сборът на корените на уравнението $x^2 + 5x + 2 - \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} = 0$ е равен на:

- а) -4 , б) -5 , в) -6 , г) 4 , д) 6 .

5. Ако корените на уравнението $x^2 - 6x + 1 = 0$ са x_1 и x_2 , а корените на уравнението $y^2 + y - 6 = 0$ са y_1 и y_2 , то стойността на израза $x_1x_2 + y_1^2 + y_2^2$ е:

- а) 2 , б) 8 , в) 9 , г) 12 , д) 14 .

6. Най-големият корен на уравнението $(25 - x^2)\sqrt{4 - x} = 0$ е:

- а) 5 , б) 4 , в) 3 , г) 2 , д) 1 .

7. Колко цели числа удовлетворяват неравенството $\sqrt{(2x - 5)^2} \leq 3$:

- а) 2, б) 3, в) 4, г) 5, д) 6.

8. За аритметична прогресия с общ член a_n е известно, че $a_3 a_4 = \frac{65}{72}$ и $a_1 + a_5 = \frac{5}{3}$. Разликата на прогресията е равна на:

- а) $\frac{1}{4}$, б) $\frac{1}{3}$, в) $\frac{1}{2}$, г) 2, д) 3.

9. За геометрична прогресия с общ член a_n е известно, че $a_1 + a_5 = 81$ и $a_2 + a_6 = 243$. Частното на прогресията е:

- а) $\frac{1}{3}$, б) $\frac{1}{9}$, в) $4\sqrt{5}$, г) 2, д) 3.

10. Ако $a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{1 - n}$, то a е равно на:

- а) -1, б) 1, в) 0, г) ∞ , д) $-\infty$.

11. Ако $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ и $\cos \alpha = 0.6$, то стойността на израза $\sqrt{5} \sin \frac{\alpha}{2} - \cotg \alpha$ е:

- а) $\frac{7}{4}$, б) $-\frac{1}{4}$, в) $-\frac{4}{3}$, г) $-\frac{7}{4}$, д) $\frac{1}{4}$.

12. Данните от извадка са: 1, 5, 6, 1, 10, 7, 0, 8, 3, 11. Сумата от модата и медианата на тези данни е:

- а) 4.5, б) 5.5, в) 6.5, г) 9.5, д) 10.5.

13. В аквариум има 6 женски и 5 мъжки рибки. С кепче по случаен начин се изваждат 2 рибки. Вероятността двете рибки да са от различен пол е:

- а) $\frac{6}{11}$, б) $\frac{30}{121}$, в) $\frac{1}{30}$, г) $\frac{2}{11}$, д) $\frac{5}{11}$.

14. Декоратор разполага с 2 рози и 6 божура. Различните начини, по които може да подреди тези цветя във венец, са на брой:

- а) 8, б) 12, в) 1 440, г) 5 040, д) 40 320.

15. Остробъгълен триъгълник ABC е вписан в окръжност с център т. O . Страната $AB = 2\sqrt{3}$ cm и е на разстояние 1 cm от т. O . Градусната мярка на $\angle ACB$ е:

- а) 30° , б) 60° , в) 45° , г) 75° , д) 15° .

16. Голямата основа и бедрото на равнобедрен трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB > CD$) са съответно равни на 8 cm и 5 cm . Ако дължината на диагонала е 7 cm , то косинусът на $\angle ADC$ е равен на:

- а) $-\frac{1}{2}$, б) $\frac{1}{2}$, в) $-\frac{1}{7}$, г) $\frac{1}{7}$, д) $-\frac{3}{7}$.

17. Отсечките AP и CQ са височини в остробъгълен $\triangle ABC$. Разстоянието от ортоцентъра на $\triangle ABC$ до страната AC е 5 cm , а радиусът на описаната около $\triangle PQB$ окръжност е 9 cm . Дължината на височината BF (точка $F \in AC$) е:

- а) 23 cm , б) 19 cm , в) 18 cm , г) 15 cm , д) 14 cm .

18. В правоъгълен трапец $ABCD$ с $\angle ABC = 30^\circ$ при голямата основа е вписана окръжност с радиус 5 cm . Лицето на трапеца $ABCD$ е:

- а) 30 cm^2 , б) 120 cm^2 , в) 150 cm^2 , г) 175 cm^2 , д) 300 cm^2 .

19. През средата на височината на триъгълна пирамида е построена равнина, която е успоредна на основата. Тя разделя пирамидата на две тела – пирамида и пресечена пирамида, чиито обеми се отнасят съответно както:

- а) $1 : 2$, б) $1 : 7$, в) $1 : 5$, г) $2 : 3$, д) $2 : 5$.

20. В прав кръгов цилиндър е вписан правоъгълен паралелепипед. Една от стените му е квадрат със страна 8 cm и е успоредна на височината на цилиндъра. Ако радиусът на цилиндъра е 5 cm , то обемът на паралелепипеда е:

- а) 192 cm^3 , б) 200 cm^3 , в) 256 cm^3 , г) 384 cm^3 , д) 512 cm^3 .

ВТОРА ЧАСТ

Следващите 10 задачи са без избираем отговор. Върху талона за отговорите от теста (последната страница) в празното поле за отговор на съответната задача запишете само отговора, който сте получили. За всеки получен и обоснован отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор или за непълнен отговор точки не се дават и не се отнемат.

21. Да се реши неравенството $\sqrt{100 - x^2} > x - 2$.

22. Да се реши уравнението $25^{x+0.5} - 20 \cdot 5^x - 25 = 0$.

23. Да се реши неравенството $\frac{(3-x)(x^2-9)}{x(2x^2+x+7)} < 0$.

24. Да се реши неравенството $\log_2(3x-1) + \log_2(x+1) - 2 \leq 0$.

25. Да се намерят корените на уравнението $2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = 0$, които принадлежат на затворения интервал $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

26. Пет клетки в зоологическа градина са разположени в редица. По колко различни начина в тях могат да бъдат настанени паун, лисица, мечка, зебра и елен, ако във всяка клетка се настанява точно едно животно и е недопустимо клетките на лисицата и пауна да са една до друга?

27. В кутия има 4 сини, 5 червени и 3 зелени топчета. От кутията по случаен начин се изваждат 3 топчета. Каква е вероятността точно две от тях да са червени?

28. Пирамида има за основа равностранен триъгълник със страна a . Два от околните ръбове сключват с равнината на основата ъгли с големина φ , а равнината, в която те лежат, сключва с основата ъгъл с големина α . Да се намери височината на пирамидата.

29. В равнобедрения триъгълник ABC ($AC = BC$) големината на $\angle ABC$ е α , като $\alpha < 60^\circ$. Симетралата на бедрото BC пресича AB в точка D , като $DB = a$. Да се намери лицето на $\triangle ADC$.

30. Да се намерят стойностите на реалния параметър k , за всяка от които уравнението $x^2 - 2kx + k^2 - 1 = 0$ има два корена, принадлежащи на отворения интервал $(-2; 2)$.

ОТГОВОРИ

Кандидат-студентски конкурс по математика

в Технически университет – София

25 март 2023 г.

Вариант първи

ПЪРВА ЧАСТ

1 б	2 в	3 в	4 а	5 д	6 б	7 в	8 а	9 д	10 в
11 а	12 в	13 а	14 г	15 б	16 а	17 а	18 в	19 б	20 г

ВТОРА ЧАСТ

21. $x \in [-10; 8)$.

22. $x = 1$.

23. $x \in (-\infty; -3) \cup (0; 3) \cup (3; \infty)$.

24. $x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right]$.

25. $x_1 = \pi, x_2 = \frac{4\pi}{3}$.

26. 72.

27. $\frac{7}{22}$.

28. $\frac{a}{2} \frac{\sin \alpha \sin \varphi}{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \varphi}}$.

29. $a^2 \sin 3\alpha \cos \alpha$.

30. $k \in (-1; 1)$.