ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - СОФИЯ

ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА - 30 март 2024 г.
ВАРИАНТ ВТОРИ

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка от следващите 20 задачи има само един верен отговор. Преценете кой от предложените пет отговора на съответната задача е верен. Върху талона за отговори от теста (последната страница) заградете с овал и нанесете кръстче върху тази буква, която считате, че съответства на правилния отговор. Например: $\otimes$

За всеки верен отговор получавате по 1 точка. За грешен или непопълнен отговор, както и за посочени повече от един отговори на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

1. Ако $a = \sqrt[3]{2}$ и $b = \sqrt{2}$, то стойността на израза $\dfrac{(a^2 - ab + b^2)\, b^{-2}}{[(a+b)(b-1)]^{-1}}$ е:

а) 1, б) $\sqrt{2} + 1$, в) $\dfrac{1}{2}$, г) $\sqrt{2} - 1$, д) 2.

2. Ако сумата на 20% от a и 40% от b е равна на 1 и ако 20% от сумата на a^2 и b^2 е равна също на 1, то стойностите на a и b са:

а) $a = 2;\ b = 1$, б) $a = -1;\ b = 2$, в) $a = 1;\ b = 2$,
г) $a = 1;\ b = -2$, д) $a = 2;\ b = 2$.

3. Ако правоъгълен паралелепипед има дължина 75 cm, широчина $0,2$ m и височина 40 mm, то обемът му в кубични дециметри е:

а) 3, б) $0,6$, в) 6, г) $1,5$, д) 60.

4. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $\sqrt{2}\,x^2 - \sqrt{3}\,x - 3 = 0$, а y_1 и y_2 са корените на уравнението $\sqrt{3}\,y^2 + 3y + 1 = 0$, то стойността на сумата $x_1 + y_1 + x_2 + y_2 + x_1 y_1 x_2 y_2$ е:

а) 2, б) $-\sqrt{3}$, в) $-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$, г) $-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$, д) $-\sqrt{2}$.

5. Коренът на уравнението $(x-1)(x^2-9) = (x^2-1)(x^2-9)(1+\sqrt{x-2})$ е:

а) 1, б) -1, в) 3, г) -3, д) 2.

6. Положителният корен на уравнението $x^2 + k = k\,|x+1|$, където $k > 0$, е:

а) $k^2 + 4$, б) $k + 3$, в) $k + 2$, г) $k + 1$, д) k.

7. Решението на неравенството $\dfrac{x}{x+1} > 1$ е:

а) $x \in (-\infty;\ -1)$, б) $x \in (-\infty;\ 0)$, в) $x \in (1;\ \infty)$,
г) $x \in (-1;\ 1)$, д) $x \in (-\infty;\ -1]$.

8. Решението на уравнението $2^{\log_4(x^2+x)} = x - 1$ е:

а) няма решение, б) $x = \sqrt{2}$, в) $x = 1$, г) $x = \dfrac{1}{3}$, д) $x = 2$.

9. Коренът на уравнението $2\sin\dfrac{x}{2}\cos x = \sin 2x$, който принадлежи на интервала $\left(\dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{3\pi}{2}\right)$, е:

а) $\dfrac{3\pi}{4}$, б) $\dfrac{2\pi}{3}$, в) $\dfrac{5\pi}{6}$, г) $\dfrac{3\pi}{2}$, д) π.

10. Ако сумата на аритметична прогресия е 27, първият член е 2 и разликата е 1, то броят на членовете на прогресията е:

а) 8, б) 7, в) 4, г) 5, д) 6.

11. Ако произведението на първите 2 члена на геометрична прогресия е $\dfrac{1}{2}$, а произведението на първите четири члена е 4, то стойността на частното на прогресията е:

а) $\dfrac{1}{2}$, б) 2, в) 3, г) -2, д) $\dfrac{3}{2}$.

12. Сумата на най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x) = 1 - 4x - 2x^2$ в интервала $[-2;\ 1]$ е:

а) 5, б) 3, в) 1, г) -2, д) -5.

13. Да се намери границата $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1-\sqrt{2}\,n^2)\,(n+5)}{(\sqrt{5}\,n-3)\,(n^2+2n)}$.

а) $-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$, б) $-\dfrac{\sqrt{2}}{5}$, в) $\sqrt{\dfrac{2}{5}}$, г) $-\dfrac{5}{2}$, д) $-\sqrt{2}$.

14. Дефиниционното множество D на функцията
$f(x) = \sqrt{(3-x)(x+2)} + \log_{(x+3)} |x|$ е:

а) $D = (-3;\ 0)$, б) $D = (-2;\ 3]$, в) $D = (-2;\ 0) \cup (0;\ 3]$,
г) $D = (-3;\ 0) \cup (0;\ 2]$, д) $D = (0;\ 3]$.

15. Ако ъгълът при върха A на триъгълника ABC е $60°$, а радиусът на описаната окръжност е 4 cm, то разстоянието от центъра на тази окръжност до страната BC е:

а) $\frac{\sqrt{3}}{2}\ cm$, б) $2\sqrt{3}\ cm$, в) $2\sqrt{2}\ cm$, г) $2\ cm$, д) $4\ cm$.

16. Ако дължините на голямата и малката основа в равнобедрен трапец са съответно a и b, а ъгълът при голямата основа е $60°$, то лицето на трапеца е:

а) $\frac{a}{2b}(a^2 - b^2)$, б) $\frac{a-b}{2}\sqrt{a^2+b^2}$, в) $\frac{\sqrt{3}b}{a}(a^2+b^2)$,
г) $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 - b^2)$, д) $\frac{2(a-b)}{a+b}\sqrt{a^2+b^2}$.

17. Ако лицето на околната повърхнина на прав кръгов конус е $4\sqrt{2}\pi\ m^2$ и радиусът на основата е равен на височината на конуса, то обемът на конуса е:

а) $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi\ m^3$, б) $24\ m^3$, в) $\frac{16}{3}\pi\ m^3$, г) $2\pi\ m^3$, д) $\frac{8}{3}\pi\ m^3$.

18. Ако кълбо е вписано в куб, то отношението на обема на кълбото към обема на куба е:

а) $\frac{\pi}{4}$, б) $\frac{\pi}{6}$, в) $\frac{2\pi}{9}$, г) $\frac{1}{2}$, д) $\frac{\sqrt{2}\pi}{9}$.

19. Студентска група от 7 момичета и 5 момчета имат изпит по математика. Вероятността първите трима изпитани студенти да са момичета е:

а) $\frac{3}{5}$, б) $\frac{7}{12}$, в) $\frac{5}{36}$, г) $\frac{7}{44}$, д) $\frac{7}{32}$.

20. Ако модата на числовите данни $\{-1, 2, 3, 2, x, 3, x, 0, 4, 3\}$ е 2, то средната им стойност е:

а) $\frac{9}{5}$, б) 3, в) $\frac{8}{5}$, г) $\frac{3}{2}$, д) 2.

ВТОРА ЧАСТ

Следващите 10 задачи са без избираем отговор. Върху талона за отговорите от теста (последната страница) в празното поле за отговор на съответната задача запишете само отговора, който сте получили. За всеки получен и обоснован отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор или за непопълнен отговор точки не се дават и не се отнемат.

21. Нека x_1 и x_2 са реални корени на уравнението $x^2+kx+1=0$. Да се намерят стойностите на параметъра k, за които е валидно неравенството $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}\le 2$.

22. Да се реши уравнението: $2\,(\log_x 2)^2+1=\log_x 8$.

23. Да се реши неравенството: $\sqrt{16-x^2}>\sqrt{3}\,x$.

24. Да се намерят всички стойности на a, за които системата $\left|\begin{array}{l} x+ay=2a \\ x^2+y=1 \end{array}\right.$ притежава единствено решение.

25. Да се намери сумата от най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x)=x^2-2px$ в интервала $[0;\ 3p]$, където $p>0$.

26. В правоъгълен триъгълник ABC ъглополовящата през върха A пресича катета BC в точка L. Отсечките BL и CL са съответно с дължини 2 cm и 1 cm. Да се намери дължината на катета AC.

27. Да се намери лицето на ромба $ABCD$, ако ъгълът при върха B е 120°, а радиусът на вписаната в триъгълника ABD окръжност е 1 cm.

28. Дадена е правилна триъгълна призма $ABCA_1B_1C_1$ с основа ABC и околни ръбове AA_1, BB_1 и CC_1. Всички ръбове на призмата са равни помежду си. Да се намери $\cos\alpha$, където α е ъгълът между равнината на основата и равнината, минаваща през върховете A_1, B и C.

29. Основата на пирамида е правоъгълник с лице $\sqrt{3}\ m^2$. Две от околните стени на пирамидата са перпендикулярни на основата, а другите две сключват с основата ъгли съответно с големини 45° и 30°. Да се намери височината на пирамидата.

30. Нека M е множеството от всички едноцифрени, двуцифрени и трицифрени числа, образувани с помощта на цифрите 1, 2 и 3 без повторение на една и съща цифра. По случаен начин от M е избрано едно число. Да се намери вероятността това число да се дели на 3.

ОТГОВОРИ

Тест по математика - 30 март 2024 г.
Вариант (КД)

ПЪРВА ЧАСТ

1 а	**2 в**	**3 в**	**4 б**	**5 в**	**6 д**	**7 а**	**8 а**	**9 б**	**10 д**
11 б	**12 г**	**13 а**	**14 в**	**15 г**	**16 г**	**17 д**	**18 б**	**19 г**	**20 д**

ВТОРА ЧАСТ

21. $k = \pm 2$.
22. $x_1 = 2;\ x_2 = 4$.
23. $x \in [-4;\ 2)$.
24. $a \in \left\{-\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{2}\right\}$.
25. $2\,p^2$.
26. $\sqrt{3}\ cm$.
27. $6\sqrt{3}\ cm^2$.
28. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$.
29. $1\ m$.
30. $\frac{3}{5}$.