

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка от следващите 20 задачи има само един верен отговор. Преценете кой от предложените пет отговора на съответната задача е верен. Върху талона за отговори от теста (последната страница) заградете с овал и нанесете кръстче върху тази буква, която считате, че съответства на правилния отговор. Например:  $\otimes$

За всеки верен отговор получавате по 1 точка. За грешен или непълнен отговор, както и за посочени повече от един отговори на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

1. Ако  $a = \sqrt[3]{2}$  и  $b = 1$ , то стойността на израза  $\frac{(a+b)(a-b)^{-1}}{(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)^{-1}}$  е:

- а) 3,      б)  $\sqrt{2}$ ,      в)  $\frac{1}{3}$ ,      г)  $\sqrt{2} - 1$ ,      д)  $\sqrt{2} + 1$ .

2. Скоростта на автомобил се повишава с 50%, а след това новополучената скорост се намалява с 40% и достига 72 km/h. Първоначалната скорост на автомобила е:

- а) 76,8 km/h,      б) 80 km/h,      в) 79,2 km/h,      г) 88 km/h,      д) 72 km/h.

3. Ако  $x + y = \frac{3}{2}$  и  $xy = \frac{1}{2}$ , то  $x^3 + y^3$  е:

- а)  $\frac{9}{8}$ ,      б) 3,      в)  $\frac{3}{4}$ ,      г)  $\frac{7}{2}$ ,      д) 5.

4. Решението на неравенството  $\frac{x}{x+1} \geq 2$  е:

- а)  $(-2; 1)$ ,      б)  $(1; 2)$ ,      в)  $[-2; -1)$ ,      г)  $(-2; \infty)$ ,      д)  $(-\infty; -1)$ .

5. Ако  $x_1$  и  $x_2$  са корени на уравнението  $x^2 - 4x + 1 = 0$ , то стойността на израза  $\log_4 \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) + 4^{x_1 x_2}$  е:

- а)  $\frac{1}{2}$ ,      б) -2,      в)  $\frac{5}{4}$ ,      г) 8,      д) 5.

6. Допустими стойности на  $x$  в израза  $\frac{\sqrt{2-x}}{\log_3(x+1)}$  са:

- а)  $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 2]$ ,      б)  $x \in (-1; 2)$ ,      в)  $x \in (-1; 0) \cup (0; 2]$ ,  
г)  $x \in (-1; 0) \cup [2; \infty)$ ,      д)  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 2]$ .

7. Решение на уравнението  $|x - 2| = x - 1$  е:

- а) 3,      б)  $\frac{3}{2}$ ,      в)  $\frac{1}{3}$ ,      г)  $\frac{3}{4}$ ,      д)  $\frac{2}{3}$ .

8. Кое от посочените числа е най-малко:

- а)  $\frac{3}{4}$ ,      б)  $\cos \frac{\pi}{4}$ ,      в)  $\log_{\sqrt{5}} \sqrt[3]{5}$ ,      г)  $3^{-\frac{1}{2}}$ ,      д)  $\sin \frac{\pi}{3}$ .

9. Кое от следните неравенства е изпълнено за всяко реално  $x$ :

- а)  $\log_2(x^2 + 1) > 0$ ,      б)  $-x^2 + x + 2 \leq 0$ ,      в)  $|x - 1| \geq x$ ,  
г)  $3^{3x+1} > 1$ ,      д)  $x^2 + x + 2 > 0$ .

10. Ако  $\cotg \alpha = 3$ , то стойността на израза  $(\tg \alpha)^{-1} + \sin 2\alpha$  е:

- а)  $\frac{3 - \sqrt{3}}{5}$ ,      б)  $\frac{3}{5}$ ,      в) 4,      г)  $\frac{18}{5}$ ,      д)  $\frac{2}{3}$ .

11. Ако числата  $a$ , 4 и  $b$  в този ред образуват аритметична прогресия, а числата  $a$ , 4 и  $(a + b)$  в този ред образуват геометрична прогресия, то числото  $a$  е:

- а) 3,      б)  $\frac{1}{2}$ ,      в) 1,      г) 6,      д) 2.

12. Ако единият от острите ъгли в правоъгълен триъгълник е  $\alpha$  и радиусът на описаната около триъгълника окръжност е  $R$ , то лицето на триъгълника е:

- а)  $R^2(\sin \alpha + \cos \alpha)$ ,      б)  $\frac{R^2}{\sin \alpha \cos \alpha}$ ,      в)  $\frac{R^2}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ ,  
г)  $R^2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,      д)  $R^2 \sin 2\alpha$ .

13. Ако дължините на страните на триъгълник са съответно  $\sqrt{2}$  cm,  $\sqrt{5}$  cm и 3 cm, то мярката на средния по големина ъгъл в триъгълника е:

- а)  $60^\circ$ ,      б)  $45^\circ$ ,      в)  $90^\circ$ ,      г)  $30^\circ$ ,      д)  $75^\circ$ .

**14.** Ако в равнобедрен трапец, описан около окръжност, бедрото и малката основа са съответно  $5\text{ cm}$  и  $2\text{ cm}$ , то лицето на трапеца е:

- а)  $10\text{ cm}^2$ ,      б)  $5\text{ cm}^2$ ,      в)  $15\text{ cm}^2$ ,      г)  $20\text{ cm}^2$ ,      д)  $30\text{ cm}^2$ .

**15.** Ако пълната повърхнина на куб е  $24\text{ cm}^2$ , то неговият обем е:

- а)  $9\text{ cm}^3$ ,      б)  $8\text{ cm}^3$ ,      в)  $12,5\text{ cm}^3$ ,      г)  $27\text{ cm}^3$ ,      д)  $4\pi\text{ cm}^3$ .

**16.** Основата на правилна четириъгълна пирамида е с диагонал  $4\sqrt{2}\text{ cm}$ , а всяка околна стена сключва с основата ъгъл  $60^\circ$ . Пълната повърхнина на пирамидата е:

- а)  $42\text{ cm}^2$ ,      б)  $64\text{ cm}^2$ ,      в)  $48\text{ cm}^2$ ,      г)  $24\text{ cm}^2$ ,      д)  $36\text{ cm}^2$ .

**17.** В прав кръгов конус е вписано кълбо с радиус  $2\text{ cm}$ . Ако образуващата на конуса сключва с основата ъгъл  $60^\circ$ , то околната повърхнина на конуса е:

- а)  $36\pi\text{ cm}^2$ ,      б)  $8\sqrt{3}\pi\text{ cm}^2$ ,      в)  $8\sqrt{2}\pi\text{ cm}^2$ ,      г)  $24\pi\text{ cm}^2$ ,      д)  $\frac{16}{3}\pi\text{ cm}^2$ .

**18.** Ако трицифрен код се състои от различни цифри, които са по-големи от 4, то броят на възможните кодове е:

- а) 60,      б) 24,      в) 64,      г) 48,      д) 128.

**19.** За производство е известно, че  $5\%$  от продукцията е брак, а  $80\%$  от годната продукция е първо качество. Вероятността случайно избрано изделие от това производство да е първо качество е:

- а) 0,76,      б) 0,40,      в) 0,75,      г) 0,78,      д) 0,85.

**20.** Ако потребител изтегли банков кредит в размер на  $16\,000\text{ лв.}$  с  $5\%$  сложна лихва за период от три години, то сумата, която потребителят ще възстанови на банката, е:

- а)  $16\,800\text{ лв.}$ ,      б)  $18\,400\text{ лв.}$ ,      в)  $18\,522\text{ лв.}$ ,      г)  $20\,422\text{ лв.}$ ,      д)  $17\,640\text{ лв.}$

## ВТОРА ЧАСТ

Следващите 10 задачи са без избираем отговор. Върху талона за отговорите от теста (последната страница) в празното поле за отговор на съответната задача запишете само отговора, който сте получили. За всеки получен и обоснован отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор или за непълнен отговор точки не се дават и не се отнемат.

21. Да се намерят стойностите на параметъра  $a$ , за които уравнението  $ax^2 + 2ax + a - 2 = 0$  притежава реални корени с противоположни знаци.

22. Да се реши уравнението  $\log_3 x + \log_x 9 = 3$ .

23. Да се намерят корените на уравнението  $\sin x + \cos 2x = 1$ , които принадлежат на интервала  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

24. Да се реши неравенството  $\sqrt{25 - x^2} > 2x$ .

25. Диаметърът  $CE$  на окръжност, описана около триъгълник  $ABC$ , е перпендикулярен на страната  $AB$  и я пресича в точка  $D$ . Да се намери синуса на ъгъла при върха  $C$  на триъгълника, ако  $CD = a$  и  $DE = b$ .

26. Ромб има лице  $Q$ , а единият му диагонал е два пъти по-дълъг от другия. Да се намери периметърът на ромба.

27. Две окръжности с радиуси  $7\text{ cm}$  и  $3\text{ cm}$  имат взаимно перпендикулярни вътрешни допирателни. Да се изчисли разстоянието между центровете на двете окръжности.

28. В кълбо с радиус  $4\text{ cm}$  е вписан цилиндър. Диагоналът на основното сечение на цилиндъра сключва с оста на цилиндъра ъгъл  $60^\circ$ . Да се намери обемът на цилиндъра.

29. Дадени са пет отсечки, съответно с дължини  $1\text{ cm}$ ,  $3\text{ cm}$ ,  $4\text{ cm}$ ,  $5\text{ cm}$  и  $7\text{ cm}$ . По случаен начин са избрани три от тях. Да се намери вероятността  $p$  на събитието: от избраните отсечки може да се построи неизроден триъгълник.

30. На контролно упражнение по физика са получени следните резултати:

Брой ученици	$a$	3	5	5	$b$
Оценка	2	3	4	5	6

Да се намери броят  $b$  на учениците, получили отлична оценка, ако медианата е  $4,5$  и средната оценка от контролното упражнение е  $4,4$ .

## ОТГОВОРИ

Кандидат-студентски конкурс по математика

в Технически университет – София

22 април 2023 г.

### ПЪРВА ЧАСТ

1 а	2 б	3 а	4 в	5 д	6 в	7 б	8 г	9 д	10 г
11 д	12 д	13 б	14 г	15 б	16 в	17 г	18 а	19 а	20 в

### ВТОРА ЧАСТ

21. $a \in (0; 2)$ .
22. $x = 3$ ; $x = 9$ .
23. $x = 0$ ; $x = \frac{\pi}{6}$ .
24. $x \in [-5; \sqrt{5})$ .
25. $\sin \angle ACB = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$ .
26. $2\sqrt{5Q}$ .
27. $10\sqrt{2} \text{ cm}$ .
28. $48\pi \text{ cm}^3$ .
29. $p = \frac{3}{10}$ .
30. $b = 5$ .