ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - СОФИЯ

ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА - 13 април 2024 г.

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка от следващите 20 задачи има само един верен отговор. Преценете кой от предложените пет отговора на съответната задача е верен. Върху талона за отговори от теста (последната страница) заградете с овал и нанесете кръстче върху тази буква, която считате, че съответства на правилния отговор. Например: $\otimes$

За всеки верен отговор получавате по 1 точка. За грешен или непопълнен отговор, както и за посочени повече от един отговори на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

1. Изразът $2\,\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}+\dfrac{32}{2\sqrt{6}+4}-8\sqrt{6}$ е равен на:

а) $\sqrt{21}-11$, б) $8\sqrt{6}+5$, в) 1, г) $8\sqrt{6}+7\sqrt{21}$, д) 0.

2. За изразите $A=4^{\log_{16}225}$ и $B=3^{\log_{\sqrt{27}}\sqrt[3]{64}}$ е изпълнено:

а) $A>B$, б) $A=B$, в) $A<B$, г) $B=\dfrac{A}{2}$, д) $B<A<3B$.

3. Стойността на границата $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{-27n^3+5n^2+1}}{\sqrt[5]{32n^5-10n-6}}$ е равна на:

а) $-\dfrac{1}{\sqrt[5]{6}}$, б) $-\infty$, в) 1, г) $-\dfrac{3}{2}$, д) 0.

4. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $7x^2-21x-56=0$, то стойността на израза $\dfrac{x_1^3x_2+x_1x_2^3}{12+x_1x_2}$ е равна на:

а) -50, б) -40, в) -36, г) 40, д) $-\dfrac{10}{15}$.

5. Ако $\left|\begin{array}{l} x^2+y^2-9x+11=0 \\ 2xy-9y=-3 \end{array}\right.$ и A е най-голямата стойност на $(x+y)$, то:

а) $A=8$, б) $A=7$, в) $A=6$, г) $A=3$, д) $A=2$.

6. Сумата от най-голямата стойност и най-малката стойност на функцията $f(x) = -x^2 + 4x - 8$ в интервала $[1;\ 5]$ е:

а) -17, б) -13, в) -18, г) 17, д) 21.

7. Решението на неравенството $\log_{\frac{1}{2}} x < -3$ е:

а) $x \in (-8;\ \infty)$, б) $x \in (6;\ \infty)$, в) $x \in \left(\frac{1}{8};\ \infty\right)$,

г) $x \in (8;\ \infty)$, д) $x \in (-\infty;\ 8)$.

8. Решението на неравенството $\sqrt{\dfrac{2-x}{x-12}} < \dfrac{1}{2}$ е:

а) $x \in [2;\ 3) \cup (3;\ 12)$, б) $x \in [2;\ 4]$, в) $x \in [2;\ 4)$,

г) $x \in [2;\ 12) \cup (12;\ 15)$, д) $x \in (12;\ \infty)$.

9. Броят на целите числа, които удовлетворяват неравенството $\sqrt{x+2} > x$, е равен на:

а) 2, б) 3, в) 6, г) 5, д) 4.

10. В окръжност е вписан четириъгълник с два срещуположни ъгла α и β, като $\operatorname{tg}\alpha = -\dfrac{1}{3}$. Стойността на $\cos\beta$ е равна на:

а) $-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$, б) $-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$, в) $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$, г) $\dfrac{2\sqrt{10}}{10}$, д) $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.

11. Коренът на уравнението $\cos^2 4x \cos 8x = 1$, който принадлежи на интервала $\left(0;\ \dfrac{\pi}{2}\right)$, е:

а) $\dfrac{\pi}{3}$, б) $\dfrac{3\pi}{8}$, в) $\dfrac{\pi}{8}$, г) $\dfrac{\pi}{4}$, д) $\dfrac{\pi}{6}$.

12. В магазин се продават 20 шоколадови яйца, в които като подаръци са скрити 4 зайчета, 6 мечета и 10 слончета. По колко начина от тях могат да бъдат закупени 1 зайче, 3 мечета и 2 слончета?

а) 2400, б) 2500, в) 3600, г) 4000, д) 4200.

13. Сумата на модата и медианата на извадката $\{4; 0; 4; 5; 3; -2; 1; 5; 5; -2; 7\}$ е равна на:

а) 10, б) 9, в) 11, г) 8, д) 15.

14. В банка е депозирана сумата от 10 000 лв. при сложна годишна лихва 2%. Сумата на депозита след 2 години ще бъде:

а) 10 400 лв., б) 10 800 лв., в) 10 404 лв., г) 11 664 лв., д) 12 544 лв.

15. Нека сумата на втория и шестия член на аритметична прогресия е равна на -4. Тогава сумата на първите 7 члена на прогресията е:

а) -12, б) -13, в) -11, г) -14, д) -10.

16. Числата $x+2,\ x+\frac{1}{5},\ x-\frac{13}{25}$ в този ред образуват геометрична прогресия. Частното на прогресията е равно на:

а) $\frac{1}{5}$, б) $\frac{2}{5}$, в) $\frac{3}{25}$, г) $-\frac{3}{5}$, д) $-\frac{4}{5}$.

17. Нека CL е ъглополовяща в правоъгълния $\triangle ABC$ ($\measuredangle BCA = 90^\circ,\ L \in AB$), а LH е височина в $\triangle BCL$ ($H \in BC$). Ако $LH = 1\ cm$ и $BH = \sqrt{3}\ cm$, то лицето на $\triangle ABC$ в cm^2 е равно на:

а) $\frac{1}{2}(3+\sqrt{3})$, б) $2+\sqrt{3}$, в) $\frac{1}{2}(6+\sqrt{3})$, г) $\frac{1}{3}(3+2\sqrt{3})$, д) $\frac{3}{2}(1+\sqrt{3})$.

18. Страната AB на $\triangle ABC$ се отнася към радиуса на описаната около триъгълника окръжност както 10:13. Ако $AC = 24\ cm$ и $BC = 26\ cm$, то лицето на $\triangle ABC$ в cm^2 е:

а) 120, б) 130, в) 150, г) 200, д) 240.

19. Основата на права призма е ромбът $ABCD$, а околни ръбове са отсечките $AA_1,\ BB_1,\ CC_1,\ DD_1$. Лицата на диагоналните сечения ACC_1A_1 и BDD_1B_1 са съответно a и b. Лицето на всяка от околните стени на призмата е:

а) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$, б) $\frac{\sqrt{ab}}{2}$, в) $\frac{|a-b|}{2}$, г) $\frac{a+b}{2}$, д) $\frac{1}{2}\sqrt{|a^2-b^2|}$.

20. В сфера с радиус $5\ cm$ е вписан цилиндър с височина $60\ mm$. Обемът на цилиндъра е равен на:

а) $72\pi\ cm^3$, б) $96\pi\ cm^3$, в) $108\pi\ cm^3$, г) $120\pi\ cm^3$, д) $144\pi\ cm^3$.

ВТОРА ЧАСТ

Следващите 10 задачи са без избираем отговор. Върху талона за отговорите от теста (последната страница) в празното поле за отговор на съответната задача запишете само отговора, който сте получили. За всеки получен и обоснован отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор или за непопълнен отговор точки не се дават и не се отнемат.

21. Да се реши уравнението: $|x-4|^{3x+5} = |4-x|$.

22. Да се реши уравнението: $\log_{3-x}(3x+5) - \log_{3-x}(5-x) = 1$.

23. Да се реши неравенството: $(0,25)^{5x-3} \leq 4^{2-x} \,.\, (0,5)^{6x+18}$.

24. В остроъгълния равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$) бедрото е равно на 10 cm, а също така $\cos \measuredangle ABC = \dfrac{3}{5}$. Да се намери разстоянието между ортоцентъра и медицентъра на триъгълника.

25. За ромба $ABCD$ с остър ъгъл $\measuredangle DAB = \gamma$ е изпълнено, че описаната около $\triangle ABD$ окръжност минава през средата на страната CD. Да се намери $\cos\gamma$.

26. Дадена е пирамидата $ABCD$ с основа равнобедреният $\triangle ABC$ ($AC = BC$) със страна $AB = 12$ cm и височина към нея 8 cm. Всички двустенни ъгли между околните стени на пирамидата и основата ѝ са равни на 45°. Да се намери обемът на пирамидата.

27. Едно число се дели на 4, ако последните му две цифри образуват число, което се дели на 4. В кутия са сложени листчета с цифрите 1, 2, 4, 7, 8 и се изтеглят последователно 3 листчета, като цифрите, взети в същата последователност, образуват трицифрено число. Да се намери вероятността това число да се дели на 4.

28. Да се реши уравнението: $2\sin^2 2x + \sin^2 4x = 0$.

29. Да се реши неравенството: $\dfrac{(x^2+7)\,(x^2-4)}{(x^2-5x-6)\,(x-5)^2} \leq 0$.

30. Да се намерят стойностите на параметъра k, за които корените на уравнението $(k-1)x^2 + 2(k+3)x + k - 4 = 0$ са реални, с различни знаци и сборът им е по-голям от -10.

ОТГОВОРИ

Тест по математика - 13 април 2024 г.

ПЪРВА ЧАСТ

1 а	**2 а**	**3 г**	**4 а**	**5 б**	**6 а**	**7 г**	**8 в**	**9 д**	**10 д**
11 г	**12 в**	**13 б**	**14 в**	**15 г**	**16 б**	**17 г**	**18 а**	**19 а**	**20 б**

ВТОРА ЧАСТ

21. $x_1 = -\frac{4}{3}, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 4, \quad x_4 = 5.$
22. $x = 1.$
23. $x \in [10;\ \infty).$
24. $\frac{11}{6}\ cm.$
25. $\cos\gamma = \frac{1}{4}.$
26. $48\ cm^3.$
27. $\frac{3}{10}.$
28. $x = \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}.$
29. $x \in [-2;\ -1) \cup [2;\ 5) \cup (5;\ 6).$
30. $k \in (2;\ 4).$