ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - СОФИЯ

ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА - 17 юни 2023 г.
ВАРИАНТ ПЪРВИ

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка от следващите 20 задачи има само един верен отговор. Преценете кой от предложените пет отговора на съответната задача е верен. Върху талона за отговори от теста (последната страница) заградете с овал и нанесете кръстче върху тази буква, която считате, че съответства на правилния отговор. Например: $\otimes$

За всеки верен отговор получавате по 1 точка. За грешен или непопълнен отговор, както и за посочени повече от един отговори на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

1. Ако $a = \dfrac{1}{5\log_5 3} + \log_{9\sqrt{3}} 125$, то стойността на израза $\left(\sqrt[7]{\dfrac{3^{-2}}{27}}\right)^a$ е:

а) $\dfrac{3}{125}$, б) $\sqrt{\log_5 3}$, в) $\dfrac{1}{5}$, г) $3^{\frac{6}{5}\log_5 3}$, д) $3^{-\frac{2}{5}} . 5^{\frac{3}{2}}$.

2. Стойността на границата $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{5n^2+4}}{5n-4}$ е:

а) $\sqrt{5}$, б) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, в) $\dfrac{1}{5}$, г) 1, д) -1.

3. Ако корените x_1 и x_2 на уравнението $x^2 - 3ax + a^2 = 0$ удовлетворяват равенството $x_1^2 + x_2^2 = 28$, то стойностите на параметъра a са:

а) ± 2, б) $-1;\ 2$, в) $-2;\ 1$, г) $1;\ 2$, д) $1;\ 3$.

4. Решението на неравенството $\dfrac{x^2-8}{x} \le -x$ е:

а) $(-\infty;-2] \cup (0;2]$, б) $(-\infty;-1] \cup (0;1]$, в) $(-\infty;-1] \cup [1;\infty)$,
г) $[-2;0) \cup [2;\infty)$, д) $[-2;0) \cup (0;2]$.

5. Ако $f(1) = 4$ и $f(-1) = 0$, където $f(x)$ е квадратната функция
$f(x) = x^2 + 2ax + b$ (a и b са параметри), то $f\left(\log_2 \dfrac{1}{4}\right)$ е:

а) 3, б) -1, в) -2, г) 1, д) 2.

6. Решението на системата $\left| \begin{array}{l} \dfrac{3}{x-2} - \dfrac{1}{y+1} = 1 \\ \dfrac{4}{y+1} + \dfrac{2}{x-2} = 3 \end{array} \right.$ е:

а) $(1;\ 2)$, б) $\left(\dfrac{1}{4};\ 1\right)$, в) $(0;\ -1)$, г) $(4;\ 1)$, д) $\left(\dfrac{1}{2};\ \dfrac{1}{2}\right)$.

7. Корените на уравнението $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}$ са:

а) $0;\ 2$, б) $\pm\sqrt{2}$, в) $1;\ 4$, г) $1;\ 2$, д) 2.

8. Решението на неравенството $|x| - |x-2| > 1$ е:

а) $(0; 2)$, б) $\left(-\infty; \dfrac{1}{2}\right)$, в) $\left(\dfrac{3}{2}; \infty\right)$, г) $(0; \infty)$, д) $\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right)$.

9. Решението на неравенството $\sqrt{4-x^2} > x$ е:

а) $[-2; \sqrt{2})$, б) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2})$, в) $[0; \sqrt{2})$, г) $[-\sqrt{2}; 2)$, д) $[-2; 0]$.

10. Коренът на уравнението $\operatorname{tg} x = \sin 2x$, който принадлежи на интервала $\left(0; \dfrac{3\pi}{4}\right)$, е:

а) $\dfrac{\pi}{2}$, б) $\dfrac{\pi}{3}$, в) $\dfrac{\pi}{6}$, г) $\dfrac{\pi}{4}$, д) $\dfrac{2\pi}{3}$.

11. Стойностите на параметъра p, за които уравнението $\dfrac{1}{2}\sqrt{\cos 3x} = p - 7$ притежава решение, са в интервала:

а) $\left[-\dfrac{15}{2}; \dfrac{15}{2}\right]$, б) $\left[0; \dfrac{15}{2}\right]$, в) $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$, г) $[7; 8]$, д) $\left[7; \dfrac{15}{2}\right]$.

12. Ако числата a, 4, c в този ред образуват аритметична прогресия и числата a, 4, $(a+c)$ в този ред образуват геометрична прогресия, то c е равно на:

а) 2, б) 3, в) 10, г) 8, д) 6.

13. Ако височината в правоъгълен триъгълник разделя хипотенузата му на части с дължина p и q, то лицето на триъгълника е:

а) $\dfrac{1}{2}(p+q)\sqrt{pq}$, б) $\dfrac{pq\sqrt{pq}}{2(p+q)}$, в) $\dfrac{p^2+q^2}{p+q}\sqrt{pq}$,
г) $\dfrac{pq\sqrt{p^2+q^2}}{2(p+q)}$, д) $\dfrac{(p+q)^2\sqrt{p^2+q^2}}{4\sqrt{pq}}$.

14. Ако бедрото и двете основи в равнобедрен трапец са равни съответно на 2 cm, 5 cm и 2 cm, то дължината на диагонала на трапеца в cm е:

а) $2\sqrt{7}$, б) $4 + \sqrt{3}$, в) $\dfrac{3 + \sqrt{7}}{2}$, г) $\dfrac{4}{3}\sqrt{6}$, д) $\sqrt{14}$.

15. Ако хордата AB дели окръжност с център O и радиус r на две дъги, дължините на които се отнасят както 1:7, то периметърът на $\triangle AOB$ е:

а) $(2 + \sqrt{2})\,r$, б) $(2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}})\,r$, в) $(2 + \sqrt{3})\,r$, г) $(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}})\,r$, д) $(3 + \sqrt{2})\,r$.

16. Ако в правилна триъгълна пирамида $ABCD$ с основа ABC точките P и Q лежат съответно на ръбовете AC и BC, като $PC : AC = QC : BC = \mu$, където $0 < \mu < 1$, то отношението на обемите на пирамидите $BQPD$ и $ABQPD$ е:

а) $\dfrac{\mu^2}{\mu + 1}$, б) $\dfrac{\mu}{\mu + 1}$, в) $\dfrac{3}{4}\,\mu$, г) $\dfrac{\mu}{\mu^2 + 1}$, д) $\dfrac{\mu + 1}{\mu + 2}$.

17. Основата на четириъгълна пирамида е правоъгълник със страни 250 mm и 24 cm. Ако обемът на пирамидата е $0,02\ m^3$, то височината на пирамидата е:

а) 24 dm, б) $0,3$ dm, в) 10 dm, г) $0,8$ dm, д) 240 dm.

18. Студент е депозирал в банка x лв. при сложна годишна лихва от 2%.
Ако след две години депозираната сума (след олихвяване) е достигнала до 11 444,40 лв., то стойността на x е:

а) 10 000, б) 11 200, в) 10 400, г) 9 900, д) 11 000.

19. Заплатите в предприятие са посочени в таблицата:

Брой служители	4	1	2	2	1
Заплата в лв.	1200	1800	1900	2000	2400

Ако ръководството желае средната заплата в предприятието да се увеличи с 5%, то с колко процента трябва да се увеличи най-ниската заплата (като останалите заплати се запазят)?

а) 10%, б) $17,5\%$, в) $22,5\%$, г) 15%, д) 20%.

20. В кутия са поставени 2 сини, 3 червени и a зелени моливи. Ако вероятността при случаен избор на два молива те да са червени е $\dfrac{1}{12}$, то числото a е равно на:

а) 1, б) 2, в) 3, г) 4, д) 5.

ВТОРА ЧАСТ

Следващите 10 задачи са без избираем отговор. Върху талона за отговорите от теста (последната страница) в празното поле за отговор на съответната задача запишете само отговора, който сте получили. За всеки получен и обоснован отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор или за непопълнен отговор точки не се дават и не се отнемат.

21. Да се намерят положителните стойности на параметъра k, за които единият корен на уравнението $x^2 - (2k-1)x + k^2 - k = 0$ е два пъти по-голям от другия.

22. Да се реши неравенството: $(0,2)^{\sqrt{3-x}} > 5^{-2x}$.

23. Да се реши уравнението: $\log_4(x+2) \,.\, \log_x 2 = 1$.

24. Сумата на първите n члена на аритметична прогресия е $3n^2$, където n е произволно естествено число. Да се намери първият член a_1 и разликата d на прогресията.

25. За геометрична прогресия с общ член b_n е известно, че $b_1 \,.\, b_6 = 4$. Да се намери стойността на израза $B = b_1 \,.\, b_2 \,.\, b_3 \,.\, b_4 \,.\, b_5 \,.\, b_6$.

26. В $\triangle ABC$ дължините на страните AC, BC и на медианата през върха C са съответно равни на $2\ cm$, $\sqrt{6}\ cm$ и $1\ cm$. Да се намери периметърът на триъгълника.

27. Периметърът на ромб е P, а отношението на дължините на диагоналите му е λ. Да се намери лицето на ромба.

28. Основата на пирамида е правоъгълник с лице S. Две съседни стени на пирамидата са ортогонални на основата, а другите две сключват с основата ъгли 30° и 60°. Да се намери обемът на пирамидата.

29. Да се реши уравнението: $\sqrt{4-x^2}^{\,2\cos^2 x - \cos x - 1} = 1$.

30. Върху трите страни на триъгълника ABC са фиксирани съответно една, две и три различни точки, несъвпадащи с върховете на триъгълника. От всички триъгълници, с върхове тези точки, по случаен начин е избран един триъгълник. Да се намери вероятността върховете на избрания триъгълник да лежат върху различни страни на $\triangle ABC$.

ОТГОВОРИ

Тест по математика - 17 юни 2023 г.

Вариант първи

ПЪРВА ЧАСТ

1 в	**2 б**	**3 а**	**4 а**	**5 г**	**6 г**	**7 в**	**8 в**	**9 а**	**10 г**
11 д	**12 д**	**13 а**	**14 д**	**15 б**	**16 б**	**17 в**	**18 д**	**19 б**	**20 г**

ВТОРА ЧАСТ

21.	$k = 2.$
22.	$x \in \left(\frac{3}{4}; 3\right].$
23.	$x = 2.$
24.	$a_1 = 3;\ d = 6.$
25.	$B = 64.$
26.	$(6 + \sqrt{6})\ cm.$
27.	$\frac{\lambda P^2}{8(1 + \lambda^2)}.$
28.	$\frac{1}{3}\sqrt{S^3}.$
29.	$x_1 = -\sqrt{3};\ x_2 = 0;\ x_3 = \sqrt{3}.$
30.	$\frac{6}{19}.$