

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА – 12 юли 2010 г.

ВАРИАНТ ВТОРИ

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка от следващите 20 задачи има само един верен отговор. Преценете кой от предложените пет отговора на съответната задача е верен. Върху талона за отговори от теста (последната страница) заградете с овал и нанесете кръстче върху тази буква, която считате, че съответства на правилния отговор. Например \otimes

За всеки верен отговор получавате по 1 точка. За грешен или непълнен отговор, както и за посочени повече от един отговори на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

1. Ако $a = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-3}$, $b = 3^{\log_3 \sqrt{2}}$, $c = \sin \frac{7\pi}{4}$, то е вярно че:

а) $a < b < c$; б) $c < b < a$; в) $b < a < c$; г) $c < a < b$; д) $a = b = c$.

2. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $3x^2 - 5x + 1 = 0$, то стойността

на израза $\left(\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}}\right)^2$ е равна на:

а) 5; б) $5 + \sqrt{3}$; в) $5 + 2\sqrt{3}$; г) -3; д) $5 - 2\sqrt{3}$.

3. Ако (x, y) е решение на системата $\begin{cases} x - y + xy = 6 \\ x^2 - xy + y^2 = 6 \end{cases}$ и $x \neq y$, то

разликата $(x - y)$ е равна на:

а) 1; б) 2; в) -1; г) 3; д) -3.

4. Квадратният тричлен $y = x^2 - x - 2$ приема само отрицателни стойности за всяко x , принадлежащо на интервала:

а) $(-\infty; -2]$; б) $(-\infty; -1]$; в) $(2; +\infty)$; г) $(-1; 2)$; д) $(0; +\infty)$.

5. Ако $a = 2\sqrt{2}$, то числото $\log_a 4$ е равно на:

а) $\frac{3}{4}$; б) $-\frac{2}{3}$; в) 3; г) $\frac{4}{3}$; д) $-\frac{4}{3}$.

6. Решение на уравнението $8^x = \frac{1}{2^{x-1}}$ е числото:

а) $\frac{1}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{4}$; г) $-\frac{1}{4}$; д) 0.

7. Ако четвъртият член на аритметична прогресия е 5, то сумата от първите седем члена на тази прогресия е:

- а) 35; б) 20; в) 15; г) 40; д) 30.

8. Учител подрежда по случаен начин 5 ученика в редица. Ако двама от тях са приятели, вероятността те да са един до друг в редицата е:

- а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{1}{5}$; в) $\frac{1}{60}$; г) $\frac{1}{12}$; д) $\frac{1}{15}$.

9. В спортен магазин се предлагат 4 различни марки ски и 5 различни марки скиорски обувки. Различните комплекти скиорски обувки-ски, които могат да се образуват, са на брой:

- а) 4; б) 5; в) 20; г) 9; д) 16.

10. Най-малкото цяло положително число, което е решение на неравенството $|2x - 3| \leq 7$, е:

- а) 5; б) 4; в) 3; г) 2; д) 1.

11. Стойността на производната $f'(x)$ на функцията $f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + 2\pi$

при $x = \frac{\pi}{6}$ е равна на:

- а) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; в) $-\frac{1}{4}$; г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; д) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

12. Квадратното уравнение $ax^2 - x + a = 0$ има реални корени за всяко a , принадлежащо на интервала:

- а) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$; б) $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$; в) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$;
г) $\left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$; д) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

13. Стойността на израза $\frac{\cos 33^\circ \cos 57^\circ - \sin 33^\circ \sin 57^\circ}{\sin 33^\circ \cos 57^\circ}$ е:

- а) 1; б) 0; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; д) $\frac{1}{2}$.

14. Даден е равнобедрен триъгълник, на който основата, бедрото и височината към основата, взети в този ред, образуват геометрична прогресия. Ако лицето на триъгълника е 18 cm^2 , то бедрото му е с дължина:

- а) $\sqrt{6} \text{ cm}$; б) 12 cm ; в) 6 cm ; г) 3 cm ; д) $3\sqrt{2} \text{ cm}$.

15. През медицентъра на $\triangle ABC$ е построена права, успоредна на страната BC , която пресича страната AC в т. E . Ако $AC = 18$ cm , то дължината на AE е равна на:
- а) 16 cm ; б) 14 cm ; в) 17 cm ; г) 18 cm ; д) 12 cm .
16. Ако две от страните на триъгълник са с дължини 2 cm и 4 cm , а ъгълът между тях е 60° , то триъгълникът е:
- а) остроъгълен; б) правоъгълен; в) тъпоъгълен;
г) равнобедрен; д) равностранен.
17. В равнобедрен трапец с основи $AB = 6$ cm и $CD = 2$ cm е вписана окръжност. Радиусът на тази окръжност е:
- а) $2\sqrt{3}$ cm ; б) $\sqrt{5}$ cm ; в) $\sqrt{3}$ cm ; г) 3 cm ; д) 2 cm .
18. Страните на успоредник са 8 cm и 16 cm . Ако единият от диагоналите му е 10 cm , то дължината на другия диагонал е:
- а) $2\sqrt{55}$ cm ; б) $3\sqrt{15}$ cm ; в) 10 cm ; г) $6\sqrt{15}$ cm ; д) 8 cm .
19. Височината DH на ромба $ABCD$ разделя страната му AB на части $AH = 3$ cm , $HB = 2$ cm . Ако диагоналът AC и отсечката DH се пресичат в т. M , то лицето на $\triangle AHM$ в cm^2 е:
- а) $\frac{15}{4}$; б) 6; в) 20; г) $\frac{3}{5}$; д) $\frac{9}{4}$.
20. Основата на тетраедър е равностранен триъгълник с периметър 18 cm и височина, равна на височината на тетраедъра. Обемът на тетраедъра е:
- а) 54 cm^3 ; б) 27 cm^3 ; в) 81 cm^3 ; г) 28 cm^3 ; д) 30 cm^3 .

ВТОРА ЧАСТ

Следващите 10 задачи са без избираем отговор. За тях се изисква решението с неговата обосновка, а в талона за отговорите от теста (последната страница) в полето за отговор на съответната задача запишете само отговора, който сте получили. За всеки получен и обоснован верен отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор, за непълнен отговор, за нечетлив текст, точки не се дават и не се отнемат.

21. Да се реши уравнението

$$25^x + 3.5^{x+1} - 100 = 0.$$

22. Да се реши неравенството

$$\lg x + \lg(3 - x) \leq \lg 8 + \lg(2x + 5).$$

23. Да се намери най-малкото цяло число, което удовлетворява неравенството:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{(2 - x)(x + 3)} > 0.$$

24. Да се реши уравнението

$$3\sqrt{6 + x - x^2} + 2 = 4x.$$

25. Да се намерят локалните екстремуми на функцията

$$y(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x \text{ и да се установи вида им.}$$

26. Да се реши уравнението

$$4\sin^2 \frac{x}{2} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \right) = 3\sin x - 2.$$

27. В правоъгълния $\triangle ABC$ ($\angle ACB = 90^\circ$), CL е ъглополовяща (т. $L \in AB$) и лъчът \overrightarrow{CL} пресича описаната около триъгълника окръжност в т. M . Ако $BC = a$ и $AC = b$, да се намери лицето на $\triangle ACM$.

28. Телефонен номер на офис се състои от седем различни помежду си цифри. Колко различни набирания най-много може да направи човек, който иска да се свърже с този офис, ако е забравил последните три цифри, но си спомня, че номерът започва с цифрите 9653.

29. Да се намери най-малкото число m , за което медианата на данните 3, m , 5, 9, 1, 10 е равна на 7. Напишете статистическия ред на данните с намереното m .

30. В кълбо с радиус R са вписани прави кръгови конуси. Намерете височината на този конус, който има най-голяма околна повърхнина.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 4 АСТРОНОМИЧЕСКИ ЧАСА

**ДРАГИ КАНДИДАТ-СТУДЕНТИ,
ПОПЪЛВАЙТЕ ВНИМАТЕЛНО ОТГОВОРИТЕ НА ЗАДАЧИТЕ ОТ ТЕСТА
САМО ВЪРХУ ТАЛОНА ЗА ОТГОВОР (ПОСЛЕДНАТА СТРАНИЦА) !**

НА ВСИЧКИ КАНДИДАТ-СТУДЕНТИ ПОЖЕЛАВАМЕ УСПЕХ!

**ОТГОВОРИ НА ВАРИАНТ ВТОРИ на ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА – 12 юли 2010г.
за КАНДИДАТ-СТУДЕНТИ ОТ ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ**

16	2в	3а	4г	5г	6в	7а	8а	9в	10д
11а	12г	13б	14в	15д	16б	17в	18г	19д	20б

21. $x = 1$

22. $x \in (0; 3)$

23. $x = -2$

24. $x = 2$

25. $y_{\max} = y(-1) = \frac{7}{6}; y_{\min} = y(2) = -\frac{10}{3}$

26. $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

27. $S = \frac{(a+b)b}{4}$

28. 120

29. $m = 9; 1, 3, 5, 9, 9, 10$

30. $\frac{4}{3}R$